JANGKA Jurnal Aplikasi Bidang Matematika

Volume 1 Nomor 1, Juli 2024

ISSN : XXXX-XXXX

ANALISA DIMENSI METRIK PADA SHAKEL GRAF KIPAS F_4

METRIC DIMENSIONS ANALYSIS OF SHACKLE OF FAN GRAPH F_4

Risan Nur Santi[1*], Ahmad Fathurosi[2]
[1,2]Matematika, Universitas Abdurachman Saleh Situbondo
[*]Email: risannursanti199@gmail.com

Abstrak : Salah satu konsep ilmu dalam teori graf yang dapat menyelesaikan permasalahan adalah dimensi metrik. Konsep dimensi metrik muncul dari himpunan pembeda (W). Himpunan pembeda W didefinisikan sebagai himpunan dari titik pada suatu graf G sedemikian sehingga untuk setiap titik di G menghasilkan jarak yang berbeda terhadap setiap titik di W. Dimensi metrik adalah kardinalitas terkecil dari himpunan pembeda. Penelitian ini menggunakan metode penelitian eksploratif dan terapan serta bertujuan untuk mencari nilai dimesi metrik pada shakel graf kipas F_4.

Kata Kunci: dimensi metrik, himpunan pembeda, graf kipas, shakel.

Abstract : *One of the concepts of science in graph theory that can solve problems is the metric dimension. The concept of metric dimensions arises from the locating set (W). Locating set set W is defined as the set of points on a graph G in such a way that for each point in G results in a different distance from vertex in W. The metric dimension is the smallest cardinality of locating set. This study uses exploratory and applied research methods and aims to find metric dimensional values on the schackle and amalgamation of fan graph F_4.*

Keywords: *metric dimension, locating set, fan graph, shackle.*

PENDAHULUAN

Teori graf termasuk dalam cabang ilmu matematika diskrit yang mempresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek objek tersebut. Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang dapat diterapkan pada permasalahan di dunia nyata. Beberapa aplikasi dari teori graf terdapat pada bidang sains, komputasi dan robotika.

Salah satu konsep ilmu dalam teori graf yang dapat menyelesaikan permasalahan adalah dimensi metrik. Konsep dimensi metrik muncul dari himpunan pembeda (W). Himpunan pembeda W didefinisikan sebagai himpunan dari titik pada suatu graf G sedemikian sehingga untuk setiap titik di G menghasilkan jarak yang berbeda terhadap setiap titik di W. Dimensi metrik adalah kardinalitas terkecil dari himpunan pembeda W.

Penelitian ini menggunakan metode penelitian eksploratif dan terapan serta bertujuan untuk mencari nilai dimesi metrik pada operasi shakel graf kipas.

Graf kipas dinotasikan dengan (F_n) dimana $n \geq 2$, yaitu graf yang didapat dengan menghubungkan semua titik dari graf lintasan pada suatu titik yang disebut titik pusat. Graf shack(F_4,v/e,n) adalah hasil operasi shakel titik atau sisi graf kipas F_4 dengan $n \geq 2$. Graf

ISSN : XXXX-XXXX

shack(F_4,v,n) terdiri dari 4n+1 titik dan 7n sisi, sedangkan graf shack(F_4,e,n) terdiri dari 3n+2 titik dan 6n+1 sisi.

METODOLOGI PENELITIAN

Penelitian ini dikategorikan dalam dua jenis yaitu penelitian eksploratif dan terapan. Data yang digunakan adalah data sekunder berupa graf graf shack(F_4,v,n), dan shack(F_4,e,n). Dalam menyelesaikan masalah, penelitian ini menggunakan metode pendeteksian pola, dan deduktif aksiomatik.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil penelitian ini, kami menemukan beberapa teorema yang ditemukan secara eksperimental. Format penyajian temuan diawali dengan pernyataan teorema dimensi metrik kemudian dilanjutkan dengan bukti dan contoh gambar atau ilustrasi sebagai visualisasi kebenaran pembuktian teorema.

Teorema 1. Untuk n $\geq$ 2, nilai dimensi metrik dari graf $shack(F_4, v, n)$ adalah $dim\left(shack(F_4, v, n)\right) = 2$

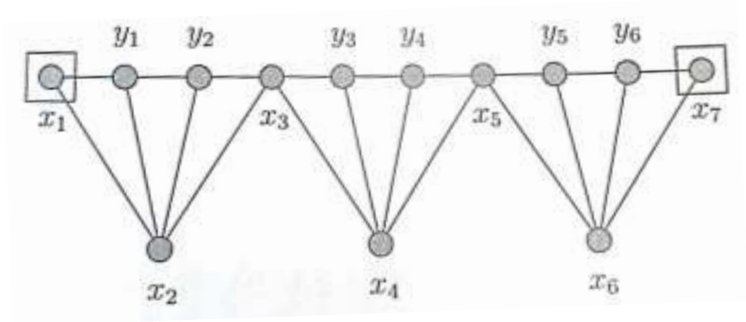
Bukti. Graf $shack(F_4, v, n)$ adalah graf konektif dengan himpunan titik $V(shack(F_4, v, n)) = \{x_i y_j; 1 \leq i \leq 2n+1, 1 \leq j \leq 2n\}$, dan himpunan sisi $E\left((shack(F_4, v, n))\right) = \{x_i x_{i+1}; 1 \leq i \leq 2n\} \cup \{x_i y_j; 1 \leq i \leq 2n+1, j = i\} \cup \{x_i y_j; 1 \leq i \leq 2n, i\ genap, j = i-1\} \cup \{y_j y_{j+1}; 1 \leq j \leq 2n-1, j\ ganjil\}$. Dengan demikian jumlah titiknya adalah $|V(shack(F_4, v, n)| = 4n+1$ dan jumlah sisinya adalah $|E(shack(F_4, v, n)| = 7n$.

Untuk $n \geq 2$, kardinalitas minimal himpunan pembeda adalah $\frac{n+1}{2}$ sehingga diperoleh batas bawah dari graf-graf tersebut adalah $\dim(shack(F_4, v, n)) \geq 2$. Akan dibuktikan bahwa batas atas $\dim(shack(F_4, v, n)) \leq 2$, dengan mengambil 2 elemen himpunan pembeda $W = \{x_1, x_{2n+1}\}$ sehingga diperoleh representasi titik $shack(F_4, v, n)$ terhadap W :

$$r(x_i|W) = \{(i-1, 7-i); 1 \leq i \leq 2n-1\}$$
$$r\left(y_j\middle|W\right) = \{(j, 7-j); 1 \leq j \leq 2n\}$$

Dapat dilihat bahwa setiap $v \in V(shack(F_4, v, n))$ memiliki koordinat berbeda, sehingga batas atas adalah $dim(shack(F_4, v, n)) \leq 2$. Oleh karena batas bawah dan batas atas sama, maka untuk $n \geq 2$ nilai $dim\left(shack(F_4, v, n)\right) = 2$ □

Sebagai ilustrasi akan ditampilkan contoh untuk $n = 3$ dengan pembeda $W = \{x_1 x_7\}$,



$shack(F_4, v, 3)$

Gambar 1. Contoh Dimensi Metrik $shack(F_4, v, 3)$

maka diperoleh representasi titik $shack(F_4, v, 3)$ terhadap W :

$r(x_1|W) = (0,6)$ $r(y_1|W) = (1,6)$
$r(x_2|W) = (1,5)$ $r(y_2|W) = (2,5)$
$r(x_3|W) = (2,4)$ $r(y_3|W) = (3,4)$
$r(x_4|W) = (3,3)$ $r(y_4|W) = (4,3)$
$r(x_5|W) = (4,2)$ $r(y_5|W) = (5,2)$
$r(x_6|W) = (5,1)$ $r(y_6|W) = (6,1)$
$r(x_7|W) = (6,0)$

Dapat dilihat bahwa setiap $v \in V\big(shack(F_4, v, 3)\big)$ memiliki koordinat berbeda, sehingga diperoleh nilai $dim\big(shack(F_4, v, 3)\big) = 2$

Teorema 2. Untuk n $\geq$ 2, nilai dimensi metrik dari graf kipas (F_4, e, n) adalah $dim\ \big(shack(F_4, e, n)\big) = 2$

Bukti. Graf kipas (F_4, e, n) adalah graf konektif dengan himpunan titik $V(shack(F_4, e, n)) = \{x_i y_j; 1 \leq i \leq 2n + 2, 1 \leq j \leq n\}$, dan himpunan sisi $E\big((shack(F_4, e, n))\big) = \{x_i x_{i+1}; 1 \leq i \leq 2n + 1\} \cup \{x_i y_j; 2j - 1 \leq i \leq 2j + 2, 1 \leq j \leq n\}$. Dengan demikian jumlah titiknya adalah $|V(shack(F_4, e, n)| = 3n + 2$ dan jumlah sisinya adalah $|E(shack(F_4, e, n)| = 6n + 1$.

Untuk $n \geq 2$, kardinalitas minimal himpunan pembeda adalah 2 sehingga diperoleh batas bawah dari graf-graf tersebut adalah $\dim(shack(F_4, e, n)) \geq 2$. Akan dibuktikan bahwa batas atas $\dim(shack(F_4, e, n)) \leq 2$, dengan mengambil 2 elemen himpunan pembeda $W = \{x_1, x_{i+1}; 1 \leq i \leq 2n + 1\}$. Misal diambil $i = 1$, sehingga diperoleh representasi titik $(shack(F_4, e, n)$ terhadap W :

$r(x_1|W) = (0,1)$

$r(x_i|W) = \{i-1, i-2); i \neq n \; atau \; i \neq a \in kelipatan \; 4\}$

$r(x_i|W) = \left\{\frac{3n-4}{4}, \frac{3n-4}{4}; i = a, a \in kelipatan 4\right\}$

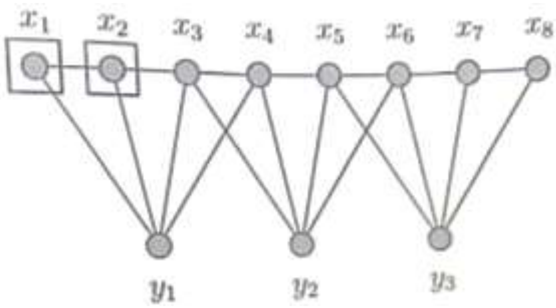
$r(x_i|W) = \left\{\frac{3n-3}{4}, \frac{3n-3}{4}; i = a+1, a \in kelipatan 4\right\}$

$r(y_j|W) = \{3j-2, 3j-2); 1 \leq j \leq n, j = ganjil\}$

$r(y_j|W) = \left\{\frac{3j}{2}, \frac{3j-2}{2}); 1 \leq j \leq n, j = genap\right\}$

Dapat dilihat bahwa setiap $v \in V(shack(F_4, e, n))$ memiliki koordinat berbeda, sehingga batas atas adalah $dim(shack(F_4, e, n)) \leq 2$. Oleh karena batas bawah dan batas atas sama, maka untuk $n \geq 2$ nilai $dim\big(shack(F_4, e, n)\big) = 2$ □

Sebagai ilustrasi akan ditampilkan contoh untuk $n = 3$ dengan pembeda $W = \{x_1 x_2\}$,



$shack(F_4, v, 3)$

Gambar 1. Contoh Dimensi Metrik $shack(F_4, v, 3)$

maka diperoleh representasi titik $shack(F_4, v, 3)$ terhadap W :

$r(x_1|W) = (0,1)$

$r(x_2|W) = (1,0)$

$r(x_3|W) = (2,1)$

$r(x_4|W) = (2,2)$

$r(x_5|W) = (3,3)$

$r(x_6|W) = (4,3)$

$r(x_7|W) = (5,4)$

$r(y_1|W) = (1,1)$

$r(y_2|W) = (3,2)$

$r(y_3|W) = (4,4)$

Dapat dilihat bahwa setiap $v \in V\big(shack(F_4, e, 3)\big)$ memiliki koordinat berbeda, sehingga diperoleh nilai $dim\big(shack(F_4, v, 3)\big) = 2$

Volume 1 Nomor 1, Juli 2024
ISSN : XXXX-XXXX

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dari pembahasan pada bab sebelumnya dapat disimpulkan bahwa didapatkan 2 teorema dimesi metrik pada graf shakel graf kipas F_4 diantaranya adalah :

1. $\dim(shack(F_4, v, 3)) = 2$
2. $\dim(shack(F_4, e, 3)) = 2$

DAFTAR PUSTAKA

F. Harary, R.A. Melter. 1969. *Graph Teory*. Wesley Publishing Company,Inc.

Hernando, Carmen,dkk. On The Metric Dimension of Some Families of Graphs. Preprint

Iswadi, H. 2011. Batas Atas Bilangan Dominasi Lokasi Metrik dari Graf Hasil Operasi Korona. Prosiding Seminar Matematika dan Pendidikan Matematika Universitas Jember,1(1)

Septiana, E dan Budi, R. 2012 Dimensi Metrik Pada Graf Lintasan, Graf Komplit, Graf Sikel, Graf Bintang, dan Graf Bipartit Komplit. Jurnal : Universitas Negeri Surabaya. No.1. Vol:1