

LOGIKA MATEMATIKA (Konsep Dasar Logika Matematika)

Adam Maulana¹, Zafira Az Zahra², Chorry Novita Harianja³, Nurhaswindah⁴,

Universitas Pahlawan Tuanku Tambusai

Email : adammaulana2134124@gmail.com, zafirazahra652@gmail.com,
topchorry@gmail.com, Nurhaswindah01@gmail.com.

Abstrak

Logika matematika merupakan cabang penting dalam matematika yang memerlukan pemahaman konsep yang mendalam agar dapat diaplikasikan dalam berbagai masalah matematis. Salah satu metode yang terbukti efektif dalam mengajarkannya adalah model pembelajaran kooperatif, yang memiliki karakteristik seperti saling ketergantungan positif (positive interdependence), interaksi langsung antar siswa (face-to-face interaction), tanggung jawab individu dan kelompok (individual & group accountability), keterampilan interpersonal dan kelompok kecil (interpersonal & small-group skills), serta proses kerja kelompok (group processing). Dengan ketergantungan positif, setiap siswa saling bergantung untuk mencapai tujuan bersama, yang menciptakan suasana kolaboratif. Interaksi langsung memungkinkan siswa untuk berdiskusi dan saling memberi umpan balik, sementara tanggung jawab individu dan kelompok mendorong partisipasi aktif. Keterampilan interpersonal yang diperoleh juga sangat bermanfaat dalam kehidupan sosial, dan proses kerja kelompok membantu siswa merefleksikan dan meningkatkan efektivitas kerja mereka. Secara keseluruhan, model pembelajaran kooperatif sangat efektif dalam membantu siswa memahami materi logika matematika dengan cepat dan mudah, sambil mengembangkan keterampilan sosial dan akademik yang penting.

Kata kunci : Logika, Matematika.

Abstract

Mathematical logic is an important branch of mathematics that requires a deep understanding of concepts in order to be applied to various mathematical problems. One effective method for teaching mathematical logic is the cooperative learning model, which has characteristics such as positive interdependence, face-to-face interaction among students, individual and group accountability, interpersonal and small-group skills, and group processing. With positive interdependence, each student relies on others to achieve common goals, creating a collaborative atmosphere. Face-to-face interaction allows students to discuss and provide feedback to each other, while individual and group accountability encourages active participation. The interpersonal skills developed are also highly beneficial in social life, and the group processing aspect helps students reflect and improve their teamwork effectiveness. Overall, the cooperative learning model is highly effective in helping students understand mathematical logic quickly and easily, while also developing important social and academic skills.

Keywords: Mathematical Logic

Pendahuluan

Logika adalah dasar dan alat berpikir yang logis dalam matematika dan pelajaran-pelajaran lainnya, sehingga dapat membantu dan memberikan bekal tambahan untuk menyampaikan pelajaran di sekolah. Dalam logika, dipelajari metode-metode dan prinsip-prinsip yang dapat digunakan untuk membedakan cara berpikir yang benar (correct) atau tidak benar (incorrect), sehingga dapat membantu menyatakan ide-ide dengan tepat tanpa memiliki arti ganda. Oleh karena itu, dalam ilmu logika hanya mempelajari atau memperhatikan kebenaran dan kesalahan dari penalaran, serta penarikan kesimpulan dari sebuah pernyataan atau lebih. Menurut Jong (2014), logika matematika membantu membedakan antara pernyataan yang benar dan salah dalam rangka penyusunan argumen yang valid.

Logika matematika adalah cabang dari logika dan matematika yang mengandung kajian matematis logika dan aplikasi kajian ini pada bidang-bidang lain di luar matematika. Logika matematika berhubungan erat dengan ilmu komputer dan logika filosofis. Tema utama dalam logika matematika antara lain adalah kekuatan ekspresif dari logika formal dan kekuatan deduktif dari sistem pembuktian formal. Logika matematika sering dibagi ke dalam cabang-cabang dari teori himpunan, teori model, teori rekursi, teori pembuktian, serta matematika konstruktif. Bidang-bidang ini memiliki hasil dasar logika yang serupa dan saling berhubungan dalam pembentukan struktur logika yang lebih kompleks (Soesianto & Dwijono, 2003).

Melalui logika, kita dapat mengetahui kebenaran suatu pernyataan dari suatu kalimat dan mengetahui apakah pernyataan pertama sama maknanya dengan pernyataan kedua. Misalkan, apakah pernyataan “Jika sekarang adalah hari Minggu maka sekolah libur” sama artinya dengan “Jika sekolah libur maka sekarang adalah hari Minggu”? Untuk menjawab pertanyaan ini, tentu kita perlu mengetahui aturan-aturan dalam logika yang berlaku. Seperti yang dijelaskan oleh Soesianto & Dwijono (2006), pemahaman terhadap logika proposisional dan teori graf sangat penting dalam memahami hubungan antar pernyataan.

Banyak hal yang perlu kita ketahui mengenai logika. Dengan logika, kita dapat mengetahui apakah suatu pernyataan bernilai benar atau salah. Salah satu konsep penting dalam logika adalah memeriksa konsistensi dan validitas dari suatu argumen atau kesimpulan. Marzuki (2023b) menekankan pentingnya logika dalam pengambilan keputusan berbasis bukti, yang merupakan kemampuan esensial dalam pendidikan dan kehidupan profesional. Dengan demikian, logika tidak hanya berfokus pada kebenaran semata, tetapi juga pada cara kita mencapai kesimpulan yang sah dan dapat diterima berdasarkan bukti-bukti yang ada.

Hal terpenting yang akan didapatkan setelah mempelajari logika matematika adalah kemampuan atau keahlian untuk mengambil kesimpulan dengan benar atau sah. Ini memungkinkan kita untuk membuat keputusan yang lebih baik dalam berbagai konteks, baik dalam kehidupan sehari-hari, pekerjaan, maupun dalam berbagai bidang ilmiah. Kemampuan ini sangat berharga, karena membentuk dasar bagi pengambilan keputusan yang rasional dan objektif (Marzuki, 2023c). Pemahaman tentang logika juga dapat diterapkan dalam pengajaran matematika dan pengembangan kurikulum yang lebih efisien.

Logika matematika memberikan dasar yang kokoh bagi pengambilan kesimpulan dan dapat digunakan dalam banyak aspek kehidupan. Dalam dunia akademik, logika matematika sangat penting dalam memecahkan masalah yang melibatkan penalaran deduktif dan induktif. Rahmad et al. (2024) mengungkapkan bahwa logika matematika juga sangat berguna dalam pembelajaran berbasis literasi dan numerasi, di mana siswa perlu menguasai cara berpikir kritis dan analitis untuk menyelesaikan masalah-masalah yang kompleks. Selain itu, dalam dunia

profesional, terutama dalam bidang teknologi dan ilmu komputer, logika menjadi alat penting untuk mengembangkan algoritma, pemrograman, dan pengolahan data.

Secara keseluruhan, logika matematika adalah bagian integral dari kehidupan kita yang memberikan alat untuk berpikir secara terstruktur dan sistematis. Dengan pemahaman yang mendalam tentang logika, kita dapat lebih mudah mengevaluasi argumen, menarik kesimpulan yang valid, dan membuat keputusan yang lebih bijak dalam menghadapi masalah sehari-hari maupun masalah ilmiah yang kompleks (Rahmawati, 2022). Pemahaman ini tidak hanya memperkuat dasar berpikir kritis, tetapi juga memfasilitasi inovasi dalam bidang teknologi dan pengembangan ilmu pengetahuan.

Metode

Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji konsep dasar dalam logika matematika serta aplikasinya dalam konteks pembelajaran dan pemecahan masalah matematika. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah pendekatan kualitatif deskriptif, dengan analisis data yang bersifat interpretatif terhadap pemahaman konsep dasar logika matematika yang diterapkan dalam pengajaran dan pembelajaran. Penelitian ini menggunakan jenis penelitian kualitatif deskriptif, yang berfokus pada pengumpulan data yang bersifat deskriptif tentang konsep-konsep dasar dalam logika matematika. Penelitian ini berusaha untuk mendalami pemahaman konsep dasar logika matematika melalui observasi, wawancara, dan studi pustaka.

Hasil Dan Pembahasan

Pengertian

Pengertian logika Matematika

Logika matematika adalah penalaran atau landasan berpikir untuk mengambil suatu kesimpulan. Logika matematika menjadi landasan untuk memperoleh kebenaran yang didasari dengan pembuktian juga pemikiran yang rasional.

Logika matematika biasanya diterapkan untuk mencari pembedaran dari suatu proporsi atau pernyataan.

Pengertian Proposisi

Proposisi adalah pernyataan yang dapat bernilai benar ataupun salah. Proposisi adalah pernyataan, sehingga kalimat perintah dan juga pertanyaan tidak termasuk preposisi. Contoh proposisi adalah sebagai berikut:

1. Indonesia adalah negara hukum.
2. Kucing adalah hewan mamalia dari keluarga Felidae.
3. Nyamuk Aedes Aegypti menyebabkan penyakit demam berdarah dengue (DBD).

Proposisi tidak hanya terdiri dari satu kalimat, namun juga bisa terbentuk dari dua kalimat. Dilansir dari Stanford University, logika matematika dapat menentukan bagaimana kebenaran dalam satu proposisi ataupun kombinasi proposisi yang memengaruhi satu sama lain.

Jenis-Jenis Logika Matematika

Ingkaran atau negasi

Jenis logika matematika yang pertama adalah ingkaran atau negasi. Negasi adalah kebalikan dari preposisi. Jika preposisi awal (P) bernilai benar, maka pernyataan negasinya ($\sim P$) adalah salah.

P	$\sim P$
---	----------

Benar	Salah
Salah	Benar

Contohnya ingkaran atau negasi adalah:

- P: Semua anak-anak suka bermain air.
- ~P: Ada anak-anak yang tidak suka bermain air.
- P: Hari ini tidak hujan dan saya tidak membawa payung.
- P: Hari ini hujan dan saya membawa payung.

konjungsi

Jenis logika matematika selanjutnya adalah konjungsi. Konjungsi berlaku pada preposisi majemuk atau terdiri dari dua pernyataan (p dan q) yang dihubungkan oleh kata “dan”.

Dilansir dari Mathematics LibreTexts, konjungsi hanya bernilai benar jika kedua pernyataan benar. Dan akan bernilai salah jika salah satu pernyataan atau keduanya bernilai salah.

Kebenaran proposisi menurut konjungsi, digambarkan dalam tabel kebenaran konjungsi.

p	q	$p \wedge q$
Benar	Benar	Benar
Benar	Salah	Salah
Salah	Benar	Salah
Salah	Salah	Salah

Contoh konjungsi adalah:

- p: Ular adalah kelompok hewan reptil. (benar)
- q: Buaya adalah kelompok hewan reptil. (benar)
- $p \wedge q$: Yoghurt dan keju adalah produk olahan susu. (benar)

Pernyataan di atas adalah benar, karena p dan q bernilai benar. Jika salah satu pernyataan adalah salah, maka konjungsinya bernilai salah. Contohnya:

- Ular adalah kelompok hewan reptil. (benar)
- Ikan adalah kelompok hewan reptil. (salah)
- Ular dan ikan adalah kelompok hewan reptil. (salah)

Disjungsi

Disjungsi adalah logika matematika pada proporsi majemuk yang menghubungkan kalimat dengan kata “atau” dan disimbolkan dengan “ \vee ”.

Dilansir dari Stanford Encyclopedia of Philosophy, pernyataan dalam disjungsi akan bernilai benar jika salah satu pernyataan benar dan akan salah jika dua-duanya bernilai salah.

Artinya, proporsi hanya bernilai salah jika kedua kalimatnya salah. Proporsi tetap benilai benar walaupun salah satu kalimatnya bernilai salah. Beirkut adalah tebal kebenaran disjungsi:

p	q	$p \vee q$
Benar	Benar	Benar
Benar	Salah	Benar
Salah	Benar	Benar
Salah	Salah	Salah

Contoh disjungsi adalah:

1. Acara tersebut akan digelar pada hari sabtu atau minggu.
2. Liburan kali ini dapat diisi dengan jalan-jalan keluar atau membaca buku di rumah.

- Pelamar harus memiliki pendidikan magister atau pengalaman mengajar selama dua tahun.

Implikasi

Jenis logika matematika selanjutnya adalah implikasi. Implikasi ditandai dengan menggunakan kata hubung seperti jika dan maka dan disimbolkan dengan tanda “ \rightarrow ”.

Implikasi hanya bernilai salah jika pernyataan kedua (q) bernilai salah. Implikasi bernilai benar jika kedua pernyataan (p dan q) bernilai benar, p yang bernilai benar, atau dua-duanya bernilai salah. Berikut adalah tabel kebenaran implikasi:

p	q	$p \rightarrow q$
Benar	Benar	Benar
Benar	Salah	Salah
Salah	Benar	Benar
Salah	Salah	Benar

Contoh implikasi adalah:

- Jika hari ini hujan, saya akan membawa payung. (benar)
- Jika hari ini sembah, saya akan pergi ke sekolah. (benar)
- Jika 3 adalah bilangan prima, maka 4 adalah bilangan prima. (salah)

Biimplikasi

Biimplikasi adalah logika matematika ditandai dengan menggunakan kata “jika dan hanya jika”. Biimplikasi terjadi dalam proposisi majemuk dan disimbolkan dengan “ \leftrightarrow ”.

Biimplikasi hanya bernilai benar jika dua pernyataan (p dan q), dua-duanya bernilai benar atau dua-duanya bernilai salah. Biimplikasi akan bernilai salah jika salah satu dari dua pernyataan bernilai salah. berikut adalah tabel kebenaran biimplikasi:

p	q	$p \leftrightarrow q$
Benar	Benar	Benar
Benar	Salah	Salah
Salah	Benar	Salah
Salah	Salah	Benar

Contoh biimplikasi adalah:

- Ibu akan memberikan hadiah sepeda jika dan hanya jika aku memenangkan lomba menulis cerpen.
- Aku akan memaafkanmu jika dan hanya jika kamu tidak mengulangi kesalahan itu lagi.

Argumen dan validasi argumen

Pengertian Argumen

Argumen adalah kumpulan pernyataan yang disebut premis – premis dan diikuti oleh Kesimpulan yang selaras dengan premis – premisnya. Jika premis – premis bernilai benar, maka Kesimpulan juga harus bernilai benar, sehingga argumen tersebut disebut argumen yang secara Logis kuat (sound argument).

Jadi tidak mungkin suatu premis – premis yang bernilai benar akan diikuti oleh kesimpulan Yang benilai salah, atau premis – premis yang benilai salah tidak mungkin menghasilkan Kesimpulan yang bernilai benar.

Contoh:

1. Jika anda belajar rajin, maka anda lulus rajin.
2. Jika anda lulus ujian, maka anda senang.
3. Dengan demikian, jika anda belajar rajin, maka anda senang
4. Pernyataan 1 dan 2 merupakan premis – premis dari argumen, sedangkan pernyataan 3 merupakan kesimpulan yang mengikuti atau berasal dari premis – premisnya.
5. Argumen pada contoh dibawah ini menggunakan perangkai “jika...maka...(if...then...)”.
6. Jika anda belajar rajin, maka anda lulus rajin.
7. Jika anda lulus ujian, maka anda senang.
8. Dengan demikian, jika anda belajar rajin, maka anda senang

Validitas Argumen

Validitas argument adalah premis – premis yang diikuti oleh suatu kesimpulan yang berasal dari premis – premisnya dan bernilai benar. Validitas dapat dibedakan dengan kebenaran atau kesimpulan.

Contoh penerapan logika matematika

Berikut adalah beberapa contoh penerapan logika matematika dalam kehidupan sehari-hari:

1. Memilih Rute Perjalanan Tercepat

Saat kita hendak pergi ke suatu tempat, kita sering memikirkan rute tercepat atau paling efisien. Kita menggunakan logika “jika-maka”: “Jika saya melewati jalan utama, maka saya akan lebih cepat sampai, kecuali ada kemacetan.”

2. Mengelola Waktu dengan Efisien

Dalam mengatur jadwal harian, kita menggunakan logika untuk memprioritaskan pekerjaan: “Jika saya menyelesaikan tugas ini lebih awal, maka saya bisa memiliki waktu untuk istirahat atau menyelesaikan tugas lain.”

3. Memilih Produk saat Belanja

Saat memilih barang yang akan dibeli, kita sering menggunakan logika perbandingan harga dan kualitas: “Jika produk A lebih murah daripada produk B, dan kualitasnya sama, maka saya akan membeli produk A.”

4. Mengatur Anggaran Keuangan

Dalam perencanaan keuangan, kita menggunakan logika untuk menentukan batas pengeluaran: “Jika pengeluaran bulan ini melebihi anggaran, maka saya harus mengurangi pengeluaran bulan depan.”

5. Menentukan Keputusan dalam Bermain Game

Dalam game strategi, seperti catur atau permainan kartu, kita sering menggunakan logika untuk memprediksi langkah lawan: “Jika lawan melakukan langkah ini, maka saya harus mengambil langkah tertentu untuk mengimbanginya.”

Kesimpulan

Logika matematika adalah alat fundamental yang digunakan untuk berpikir secara rasional, terstruktur, dan objektif, membantu kita memahami hubungan antara pernyataan dan memverifikasi kebenaran suatu argumen berdasarkan aturan yang jelas. Terdiri dari komponen-komponen penting seperti proposisi (pernyataan yang bernilai benar atau salah), operator logika (seperti “dan”, “atau”, “jika-maka”), negasi, dan kuantor (seperti “semua” dan “ada”), logika matematika memungkinkan kita untuk menyusun pernyataan kompleks dan menarik

kesimpulan. Dalam logika matematika, kita menggunakan metode deduktif (kesimpulan pasti dari premis-premis yang diketahui) dan induktif (kesimpulan yang berdasar pada pola atau pengamatan), yang mengajarkan cara membuat dan mengevaluasi argumen secara konsisten dan valid. Aplikasinya sangat luas, mulai dari kehidupan sehari-hari seperti pengambilan keputusan, analisis masalah, dan pemecahan konflik, hingga dalam ilmu pengetahuan untuk mengembangkan teori, membuktikan pernyataan, dan mengembangkan teknologi. Kesimpulan yang dihasilkan dalam logika matematika harus valid (sesuai aturan logika) dan konsisten (tidak bertentangan dengan premis yang benar), yang meningkatkan ketajaman berpikir kritis dan kemampuan analitis seseorang. Logika matematika memungkinkan kita membuat pernyataan baru yang dapat dipercaya, asalkan proses penalarannya mengikuti aturan logika yang berlaku, hal ini sangat penting dalam memecahkan masalah, mengambil keputusan, dan memformulasikan teori atau hukum baru.

Daftar Pustaka

- Jong, J. S. (2014). *Logika Matematika: Soal dan Penyelesaian Logika, Himpunan, Relasi, Fungsi*. Penerbit Andi.
- Marzuki, M. (2023b). Pengaruh penerapan model pembelajaran kooperatif tipe Group Investigation (GI) terhadap hasil belajar siswa materi ekosistem di Kelas XA Sekolah Menengah Atas Negeri 1 Sintang. *Jurnal Pendidikan Tambusai*, 7(3), 22269–22280.
- Marzuki, M. (2023c). Pengaruh penggunaan media video terhadap hasil belajar pada materi sistem pencernaan manusia di Kelas XI IPA B SMA Immanuel Sintang: The effect of using video media on learning outcomes in human digestive system material in class XI IPA B SMA Immanuel Sin. *Pedagogik: Jurnal Pendidikan*, 18(2), 156–163.
- Marzuki, M., & Bayer, M. (2023). Penerapan metode resitasi pada materi sistem pernapasan dalam kondisi COVID-19 di kelas VIII SMP Negeri 6 Belitang Hulu. *Edumedia: Jurnal Keguruan Dan Ilmu Pendidikan*, 7(1), 14–24.
- Nafi'an, M. I., Gufron, M., & Afifah, D. S. N. (2019). Pelatihan penyusunan soal matematika berbasis literasi dan pendampingan praktek evaluasi untuk meningkatkan kompetensi guru SMP di Kabupaten Tulungagung. *J-ADIMAS (Jurnal Pengabdian Kepada Masyarakat)*, 7(2), 80–85.
- Narendra, R., & Swastika, G. (2023). Sekapur sirih teori graf di SMK Islam Kanigoro Kabupaten Blitar. *Jurnal Pengabdian Dan Pemberdayaan Nusantara (JPPNu)*, 5(2).
- Rahmad, I. N., Ayuningrum, S., Azizah, F. N., Azra, Q. A., & Marcella, Z. T. (2024). Penguatan pembelajaran berbasis literasi dan numerasi. *Mitra Mahajana: Jurnal Pengabdian Masyarakat*, 5(1), 10–17.
- Soesianto, F., & Dwijono, D. (2006). *Logika Matematika untuk Ilmu Komputer*. Penerbit Andi.
- Soesianto, F., & Dwijono, D. (2003). *Logika Proposisional*. Penerbit Andi.

Rahmawati, M. S. (2022). Workshop GeoGebra dalam penerapan model pembelajaran sinektik dan metode discovery learning. *CARADDE: Jurnal Pengabdian Kepada Masyarakat*, 5(2), 252–259.

Kompas.com. (2022, March 24). *Logika Matematika: Pengertian dan Jenis-Jenisnya*. Retrieved from <https://amp.kompas.com/skola/read/2022/03/24/113458169/logika-matematika-pengertian-dan-jenis-jenisnya>

Scribd. (n.d.). *Penerapan Logika Matematika dalam Kehidupan Sehari-hari*. Retrieved from <https://id.scribd.com/document/603494585/PENERAPAN-LOGIKA-MATEMATIKA-DALAM-KEHIDUPAN-SEHARI>

IAIN Ternate. (n.d.). *Foramadiah: Artikel Pembelajaran Logika Matematika*. Retrieved from <https://journal.iain-ternate.ac.id/index.php/foramadiah/article/download/53/47>

Universitas Suryadarma. (n.d.). *Logika Matematika*. Retrieved from <http://eprints.universitassuryadarma.ac.id/1409/1/Logika%20MTK.pdf>

SPADA UNS. (n.d.). *Tugas Proyek 1_Kelompok 2*. Retrieved from https://spada.uns.ac.id/pluginfile.php/622432/mod_forum/attachment/587742/Tugas%20Proyek%201_Kelompok%202.pdf?forcedownload=1